

Pierre Aimé, Géométrie différentielle et Mécanique,
544 pages. ELLIPSES, 2005.

Préface

La description mathématique de systèmes mécaniques est, presque autant que l'étude des courbes et des surfaces de l'espace physique, à l'origine de la Géométrie différentielle. Ainsi, par exemple, les espaces de configuration de systèmes mécaniques comportant plusieurs solides, articulés les uns sur les autres, sont d'excellents exemples de variétés différentielles. L'étude globale de tels systèmes utilise, très naturellement, les objets et méthodes de la Géométrie différentielle : calcul différentiel sur les variétés, groupes de Lie, actions de ces groupes sur des variétés différentiables,...Les liens très étroits qui unissent la Géométrie différentielle et la Mécanique apparaissent d'ailleurs clairement dans les travaux des grands géomètres du siècle dernier, tels qu'Henri Poincaré, Elie Cartan et André Lichnerowicz.

Cependant, en appliquant à leur discipline les méthodes de l'analyse fonctionnelle, les Mécaniciens ont obtenu de remarquables succès. En France particulièrement, ces succès ont, malheureusement, contribué à faire passer les aspects géométriques au second plan de leurs préoccupations. Il n'en est pas de même outre-Atlantique, où la "Mécanique géométrique" occupe, depuis plus d'un demi-siècle, une place de choix.

Le livre de Pierre Aimé est particulièrement bienvenu, car il contribue à mieux faire connaître, dans notre pays, cette "Mécanique géométrique". C'est à la fois, un traité relativement complet et facilement abordable de Géométrie différentielle, et une introduction à l'étude géométrique de nombreux systèmes mécaniques. Dans chaque chapitre, l'auteur s'est attaché à introduire certaines notions relevant de la Géométrie différentielle, puis à appliquer ces notions à des problèmes de Mécanique. Il en résulte un heureux équilibre entre la présentation de notions abstraites et l'utilisation de ces notions pour des applications, qui en illustrent l'intérêt et en font mieux comprendre le sens. Chaque chapitre se termine par une présentation de thèmes de Travaux dirigés qui appréciée tant par les étudiants que par les enseignants.

Pour ce qui concerne la Géométrie différentielle, l'ouvrage de Pierre Aimé est remarquablement complet. Le lecteur y trouvera à peu près toutes les notions importantes (calcul différentiel sur les variétés, équations différentielles du second ordre, connexions, groupes de Lie, feuilletages,...), sous une présentation unifiée et accessible, quoique générale et rigoureuse. Certaines notions (telles que par

exemple la notion de connexion) sont présentées sous plusieurs aspects, ce qui permet au lecteur de mieux les appréhender. L'auteur traite même de certains sujets (tels que, par exemple, le crochet de Schouten ou les généralisations du théorème de Frobenius dues à Stefan et Sussmann) rarement exposées dans les livres de ce niveau.

Dans la description des systèmes mécaniques, l'auteur s'est attaché à bien présenter deux aspects complémentaires (qui constituent, en un certain sens, une extension naturelle de ce qu'on appelle les descriptions d'Euler et de Lagrange de la mécanique des fluides) : description du mouvement dans l'espace d'évolution d'une part, dans l'espace de configuration d'autre part. Le rapprochement de ces deux points de vue se révèle particulièrement fructueux. De plus, l'auteur est parvenu à présenter, en les rendant relativement accessibles, certains thèmes de recherche actuels et les résultats de travaux récents.

Cet ouvrage, ainsi que les précédents volumes du même auteur parus dans la même collection, témoigne de la grande culture de l'auteur. Il pourra être lu indépendamment des volumes qui le précèdent et rendra de grands services aux étudiants et chercheurs intéressés par la Géométrie et ses applications.

Charles-Michel Marle
Professeur émérite
Université Pierre et Marie Curie.